

FUNZIONE CHE DESCRIVE LA CRESCITA DI UNA POPOLAZIONE

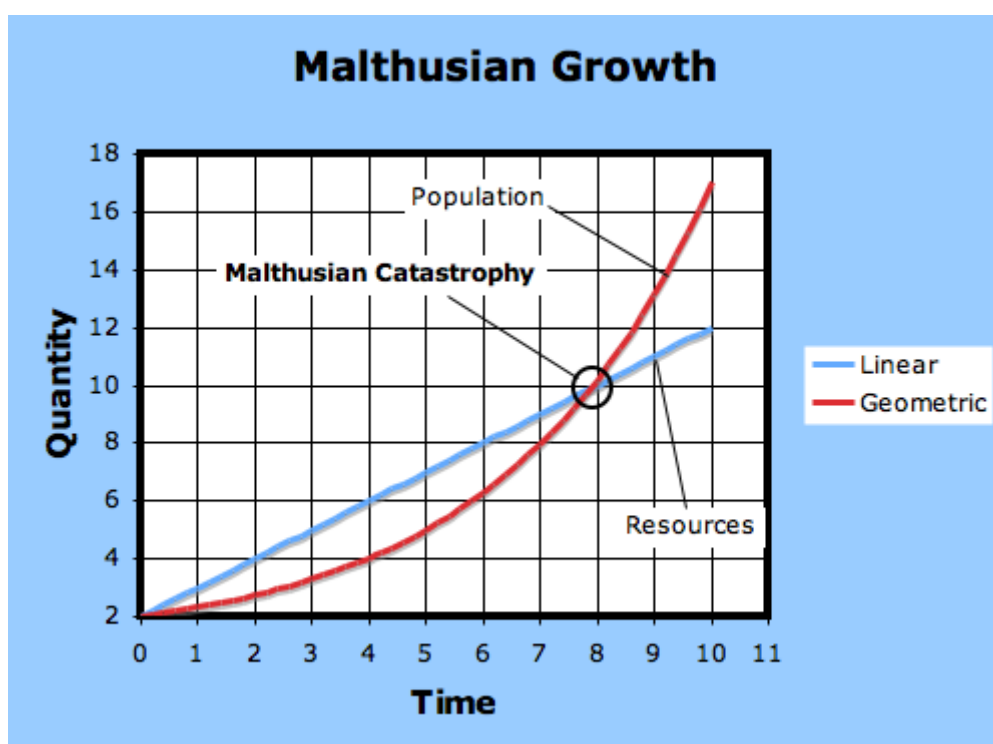
CURVA DI MALTHUS E CURVA LOGISTICA

Uno dei fenomeni che ha da sempre interessato il mondo scientifico è stato quello della crescita di una popolazione.

Se ne occupò in modo particolare un economista, filosofo e demografo inglese di nome Thomas Malthus, vissuto a cavallo fra il 1700 e il 1800.

Malthus partiva dalla convinzione che la crescita della popolazione avvenisse in modo geometrico e che quella dei mezzi di sussistenza fosse in progressione aritmetica.

In matematica, una progressione geometrica è una successione di numeri tale che il rapporto tra un numero e il suo precedente è sempre costante, mentre una progressione aritmetica (o lineare) è una successione di numeri tale che la differenza tra un termine e il suo precedente è sempre costante.



Come si può vedere dal grafico, la progressione lineare è rappresentata da una retta crescente, mentre la progressione geometrica è una curva esponenziale, che cresce molto più rapidamente dell'altra.

Ciò vuol dire che la crescita più lenta delle risorse disponibili non basterebbe, nel lungo periodo, a soddisfare una popolazione che cresce assai più rapidamente.

Tutto ciò porta evidentemente ad un immiserimento della popolazione.

Per prevenire tale povertà, secondo Malthus possono essere efficaci freni preventivi, come il posticipo dell'età matrimoniale e la castità prematrimoniale, la limitazione dell'assistenza ai poveri o l'abbassamento dei salari, oppure freni repressivi, come guerre, carestie, epidemie.

La teoria Malthusiana asserisce quindi che lo Stato si deve occupare in prima linea per prevenire la sovrappopolazione: condanna le politiche assistenzialiste e il Welfare State e invita la classe dirigente ad agire per un energico controllo delle nascite al fine di disincentivare la natalità, in modo da evitare il deterioramento dell'ecosistema terrestre e l'erosione delle risorse naturali non rinnovabili.

Molti furono i critici della dottrina Malthusiana: primo fra tutti Karl Marx nel suo "Il Capitale" seguito poi dalla comunità scientifica dell'epoca, convinta che le innovazioni scientifiche e tecnologiche avrebbero permesso ai vari Stati di far fronte all'aumento della popolazione.

Ci fu però anche chi prese questa teoria come un modello per "giustificare" il controllo delle nascite da parte dello Stato.

Ad esempio, molti studiosi del primo Novecento come Galton, iniziarono a sostenere che tra gli individui esistono differenze innate considerevoli, determinate dal patrimonio genetico di ognuno.

Di conseguenza, è inutile sperare che l'ambiente e in modo particolare l'educazione, possano migliorare le prestazioni dei meno adatti; per questo è necessario favorire la trasmissione della vita tra i partner più dotati e contenerla nel caso dei meno dotati.

Da questi presupposti prese avvio la disciplina denominata "Eugenetica" che, basandosi su considerazioni genetiche e applicando i metodi di selezione usati per animali e piante, si poneva l'obiettivo del miglioramento della specie umana.

Questi principi vennero poi ripresi nel famoso saggio "Mein Kampf", scritto da Adolph Hitler nei suoi anni di prigionia, e rappresentarono le basi su cui venne fondato il programma del partito nazista.

Oltre alle critiche dal punto di vista etico e morale, la teoria Malthusiana presenta un altro problema di pari importanza: non si fonda su solide basi scientifiche.

La curva di crescita di Malthus, che è a tutti gli effetti una curva esponenziale, non è quella che in realtà descrive la crescita della popolazione.

Applicando il metodo scientifico (un grande numero di rilevazioni effettuate nelle medesime condizioni) è stata trovata una funzione che ben si adatta a descrivere questo fenomeno.

Si tratta della Funzione Logistica o di Verhulst, sviluppata dal matematico e statistico belga Pierre Francois Verhulst nel 1838, dopo la lettura del libro di Malthus.

CURVA LOGISTICA O CURVA DI VERHULST

La curva logistica (o di Verhust) è un modello matematico che descrive in modo piuttosto preciso la crescita di una popolazione in un ambiente con risorse limitate.

$$N(t) = \frac{KN_0}{N_0 + (K - N_0) \cdot e^{-at}}$$

N: numero individui della popolazione

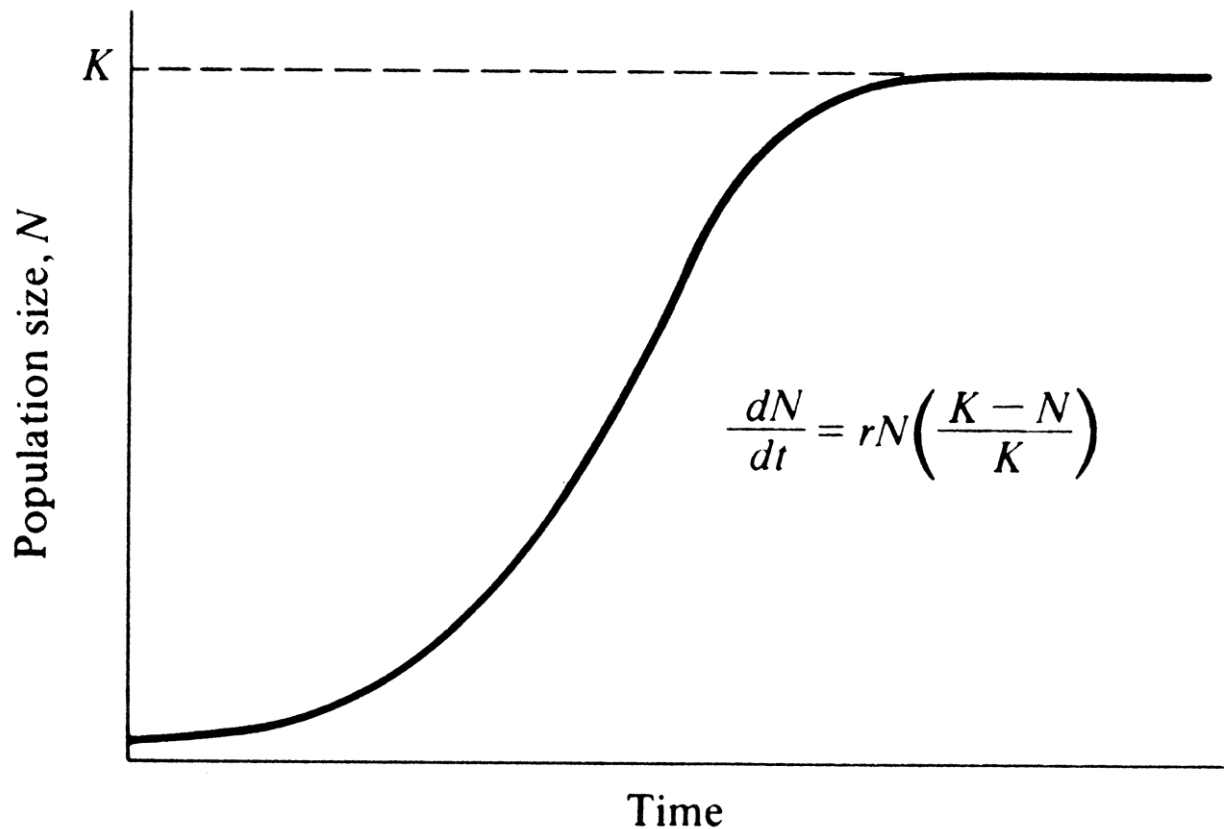
t: tempo (in anni)

N_0 : numero iniziale di individui

K: capacità dell'ambiente

a : tasso di crescita

Graficamente, la curva logistica si presenta nel seguente modo:



Come possiamo constatare dallo studio di funzione, la curva logistica ha come Dominio l'insieme dei numeri reali, è sempre positiva, strettamente crescente senza punti di massimo o di minimo, ma con un flesso obliquo.

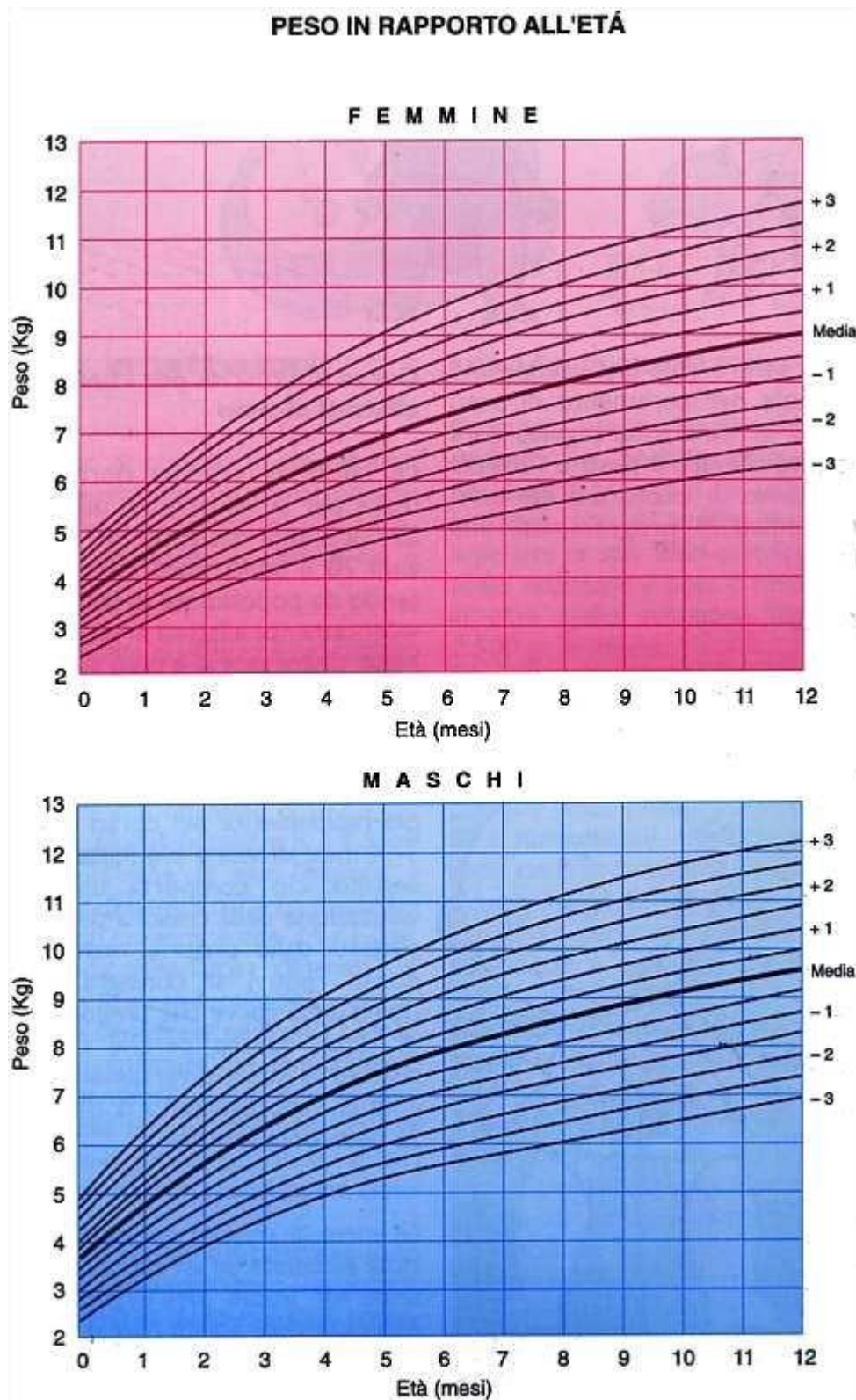
Presenta inoltre un asintoto orizzontale di equazione $P = K$.

Questo vuol dire che la curva, all'aumentare del tempo, la popolazione tende ad avvicinarsi sempre di più a K (valore delle risorse disponibili), senza però mai raggiungerlo.

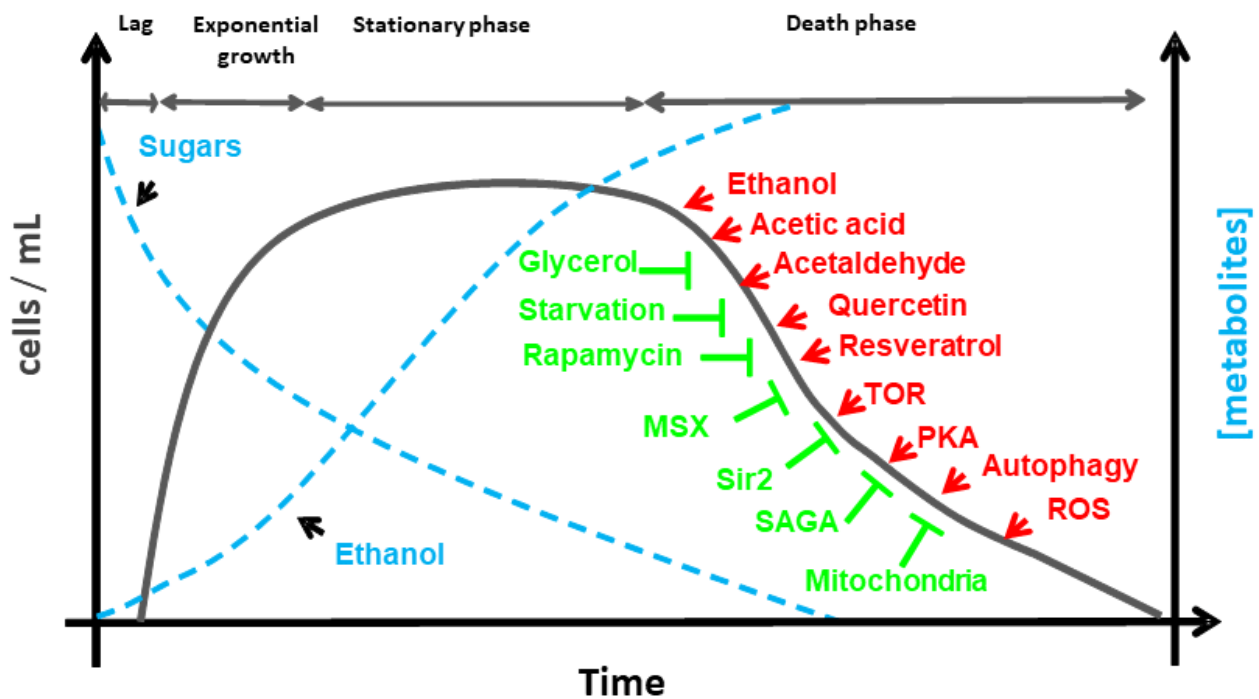
Dal punto di vista grafico, questa funzione ha un caratteristico andamento ad S .

Dopo una prima fase di crescita quasi esponenziale, successivamente la crescita rallenta diventando quasi lineare, per raggiungere la posizione asintotica in cui non c'è più crescita.

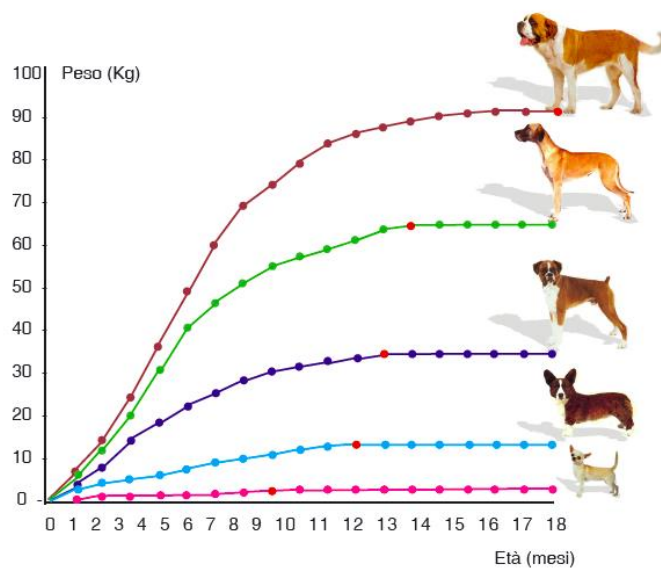
Oltre a descrivere la crescita della popolazione umana, la curva di Verhulst nel corso del tempo, ha trovato una miriade di applicazioni nei più svariati campi.



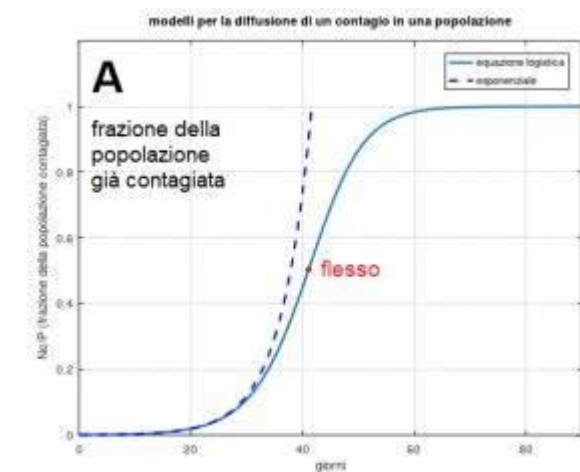
CURVA DI CRESCITA DEI LIEVITI NEL PROCESSO DI FERMENTAZIONE ALCOLICA



CURVA DI CRESCITA DI VARIE RAZZE CANINE IN FUNZIONE DEL TEMPO



DIFFUSIONE DEL CONTAGIO NELLE EPIDEMIE



DIFFUSIONE DEL CORONAVIRUS

